Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина"
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук

“Утверждаю”
Председатель ГАК

Государственный экзамен на степень бакалавра
по направлению: **математика и компьютерные науки; 2019 г.**

Группа **КН-40**_ Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №1

Количество баллов за правильное решение каждого задания указано в квадратных скобках жирным шрифтом. Если в задании предлагаются варианты ответов, то неправильный ответ на это задание оценивается в -1 балл, неполный ответ или отсутствие ответа – в 0 баллов.

В задании 1 нужно выбрать все правильные ответы.

1. **[3]** Квадратичная форма называется *отрицательно определенной*, если при любом ненулевом наборе значений переменных значение формы отрицательно. При каких значениях параметра t квадратичная форма

$$-2x_1^2 - x_2^2 - tx_3^2 - x_4^2 - 2x_1x_2 + 4x_2x_3$$

отрицательно определена?

а) $t = 1$ ☐ б) $t = 0$ ☐ в) $t = 12$ ☐ г) $t = -1$ ☐ д) $t = 10$ ☐

2. **[3]** При каких значениях параметра a прямые

$$\ell_1\colon \begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 2 + t, \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{и} \quad \ell_2\colon \begin{cases} x = a + 2t, \\ y = -1 + t, \\ z = -2 - t \end{cases}$$

пересекаются?

Ответ: ☐

3. **[3]** Укажите множество всех значений параметра p, при которых сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \ln^2\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right)^p.$$

а) $p < \frac{1}{2}$ ☐ б) $p > \frac{1}{3}$ ☐ в) $p < \frac{1}{4}$ ☐ г) $p \geqslant \frac{1}{5}$ ☐

4. **[3]** Переходя к полярным координатам, вычислите площадь, ограниченную участком кривой $\left(x^2 + y^2\right)^2 = 2 \cdot x \cdot y$, лежащим в области $x \geqslant 0$.

Ответ: ☐

5. **[3]** Решите дифференциальное уравнение $5 \cdot f'_x = 7 \cdot y^2 \cdot f'_y$, выполнив замену: $x = u + 5 \cdot v,\ y = \frac{1}{7 \cdot v}$.

Ответ: ☐

6. **[3]** В однозначной грамматике G существует левосторонний вывод $S \Rightarrow SaSb \Rightarrow SaaSb \Rightarrow caaSb \Rightarrow$ $\Rightarrow caaSab \Rightarrow caacab$. Каково будет содержимое стека непосредственно перед третьей по счёту свёрткой при восходящем анализе цепочки $cacbaa$, выводимой в G?

Ответ:

7. **[3]** Пусть T_0, T_1, S, M, L — основные замкнутые классы. Найти полином Жегалкина булевой функции $f(x_1, x_2, x_3) \in (S \cap M)$ без фиктивных переменных.

Ответ:

8. **[3]** Используя метод резолюций, доказать невыполнимость множества формул

$$\{(\forall x)(A(x) \to B(x)), \quad (\forall x)(C(x) \to D(x)), \quad (\forall x)(B(x) \to \neg D(x)), \quad \neg(\forall x)(A(x) \to \neg C(x))\}.$$

Ответ:

9. **[3]** Дана марковская цепь $X(n)$ со следующими переходными вероятностями:

$P(1,1) = 0.5 \quad P(1,2) = 0.5 \quad P(1,3) = 0$
$P(2,1) = 0.5 \quad P(2,2) = 0 \quad P(2,3) = 0.5$
$P(3,1) = 0 \quad P(3,2) = 0.1 \quad P(3,3) = 0.9$

В нулевой момент все состояния считаются равновероятными. Найдите вероятности того, что:

а) $X(0) = 1$,
б) $X(0) = 1$, $X(1) = 2$, $X(2) = 3$,
в) $X(11) = 3$, если $X(9) = 1$, $X(10) = 2$,
г) $X(2) = 3$,
д) $X(8) = 3$,
е) найдите при n, стремящемся к бесконечности, предел вероятности того, что $X(n) = 2$,
ж) Найдите матожидание момента первого попадания в состояние 3.

Ответ:

Группа **КН-40_** Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №1 (лист 2)

10. **[3]** *Независимое множество вершин* графа G — это такое подмножество его вершин, что любые две вершины в нем не смежны. Рассмотрим следующий эвристический алгоритм построения *максимального независимого множества* M графа $G = (V, E)$:

1. Пока граф G не станет пустым, делать
2. Найти вершину $v \in V$ минимальной степени (если таких вершин несколько — выбрать любую из них).
3. Добавить эту вершину в M.
4. Удалить из графа вершину v и все вершины, смежные с ней.

Приведите пример графа, в котором данный алгоритм неверно построит максимальное независимое множество.

Ответ:

11. **[3]** Цех, располагающий M одинаковыми станками, получил заказ на изготовление партии из N изделий в срок K дней. Можно считать, что начало работ по выполнению заказа начинается в день с номером 1. Для каждого изделия с номером i заданы:

S_i — день, в который можно начать его изготовление, так как поступят все комплектующие;

D_i — количество дней на изготовление;

T_i — последний день, когда изделие должно быть готово;

при этом все числа целые и $S_i + D_i \leqslant T_i$.

Каждое изделие можно изготавливать на любом станке, можно прерывать его изготовление на некоторый период времени, затем продолжить изготовление на другом станке. Единовременно один станок может обрабатывать лишь одно изделие и одно изделие изготавливается лишь на одном станке.

Требуется разработать план выполнения заказа в срок, не превышающий заданный, либо выяснить что это невозможно.

Предложите математическую модель этой задачи как задачи оптимизации на графе и опишите неформально алгоритм ее решения, имеющий сложность $O(n^5)$.

Решение:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина"
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук

"Утверждаю"
Председатель ГАК

Государственный экзамен на степень бакалавра
по направлению: **математика и компьютерные науки; 2019 г.**

Группа **КН-40_** Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №2

Количество баллов за правильное решение каждого задания указано в квадратных скобках жирным шрифтом. Если в задании предлагаются варианты ответов, то неправильный ответ на это задание оценивается в -1 балл, неполный ответ или отсутствие ответа – в 0 баллов.

В задании 1 нужно выбрать все правильные ответы.

1. **[3]** Квадратичная форма называется *отрицательно определенной*, если при любом ненулевом наборе значений переменных значение формы отрицательно. При каких из указаных ниже значений параметра t квадратичная форма

$$-x_1^2 - 2x_2^2 + tx_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_3 + 4x_1x_4 - 2x_2x_3$$

отрицательно определена?

а) $t = 0$ ☐ б) $t = -1$ ☐ в) $t = -2$ ☐ г) $t = 3$ ☐ д) $t = -3$ ☐

2. **[3]** При каких значениях параметра a прямые

$$\ell_1\colon \begin{cases} x = -1 + t, \\ y = -2 - t, \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \ell_2\colon \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = t, \\ z = a + t \end{cases}$$

пересекаются?

Ответ: ☐

3. **[3]** Укажите множество всех значений параметра p, при которых сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \sin^2 \frac{1}{n} \right)^p .$$

а) $p \leqslant \frac{1}{2}$ ☐ б) $p \geqslant \frac{1}{3}$ ☐ в) $p > \frac{1}{4}$ ☐ г) $p \geqslant \frac{1}{5}$ ☐

4. **[3]** Переходя к полярным координатам, вычислите площадь, ограниченную участком кривой $\left(x^2 + y^2\right)^3 = 2 \cdot x^3 \cdot y$, лежащим в области $x \geqslant 0$.

Ответ: ☐

5. **[3]** Решите дифференциальное уравнение $4 \cdot f'_x = \frac{y^2}{7} \cdot f'_y$, выполнив замену: $x = u + 4 \cdot v,\ y = \frac{7}{v}$.

Ответ: ☐

6. **[3]** В однозначной грамматике G существует левосторонний вывод $S \Rightarrow aSAb \Rightarrow acAAb \Rightarrow acSaAb \Rightarrow$ $\Rightarrow accAaAb \Rightarrow accbaAb \Rightarrow accbabb$. Каково будет содержимое стека непосредственно перед второй по счёту свёрткой при восходящем анализе цепочки $cacbbba$, выводимой в G?

Ответ:

7. **[3]** Пусть T_0, T_1, S, M, L — основные замкнутые классы. Найти полином Жегалкина булевой функции $f(x_1, x_2, x_3) \in S \backslash (T_0 \cup L)$ без фиктивных переменных с нулевыми коэффициентами в слагаемых первой степени.

Ответ:

8. **[3]** Используя метод резолюций доказать невыполнимость множества формул

$$\{(\forall x)(A(x) \to (B(x) \& C(x))), \quad (\forall x)(B(x) \to \neg D(x)), \quad \neg(\forall x)(A(x) \to \neg D(x))\}\,.$$

Ответ:

9. **[3]** Дана марковская цепь $X(n)$ со следующими переходными вероятностями:

$P(1,1) = \frac{1}{3} \quad P(1,2) = \frac{1}{3} \quad P(1,3) = \frac{1}{3}$
$P(2,1) = \frac{1}{3} \quad P(2,2) = \frac{1}{3} \quad P(2,3) = \frac{1}{3}$
$P(3,1) = \frac{1}{3} \quad P(3,2) = \frac{1}{3} \quad P(3,3) = \frac{1}{3}$

В нулевой момент все состояния считаются равновероятными. Найдите вероятности того, что:

а) $X(0) = 1$,
б) $X(0) = 1$, $X(1) = 2$, $X(2) = 3$,
в) $X(11) = 3$, если $X(7) = 1$, $X(8) = 2$, $X(9) = 1$, $X(10) = 2$,
г) $X(2) = 3$,
д) $X(8) = 3$,
е) вероятность того, что $X(0) = 1$, если $X(5) = 1$,
ж) найдите матожидание и дисперсию момента первого попадания в состояние 3.

Ответ:

Группа **КН-40**_ Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №2 (лист 2)

10. **[3]** Рассмотрим следующий алгоритм построения полного паросочетания наименьшего веса в полном двудольном графе $G = (X, Y, E)$, $|X| = |Y| = n$.

1. Проходим вершины доли X в порядке возрастания их номеров.
2. Если все вершины насыщены, то СТОП (оптимальное паросочетание построено).
3. Иначе очередной ненасыщенной вершине $x \in X$ сопоставляем ненасыщенную вершину $y \in Y$ такую, чтобы ребро xy имело наименьший вес среди всех ребер xu, таких, что $u \in Y$ — ненасыщенная вершина, и добавляем ребро xy в паросочетание.
4. Возвращаемся в п. 2.

Приведите пример, в котором этот алгоритм найдет неоптимальное полное паросочетание.

Ответ:

11. **[3]** Это был черный день в истории мувинговой компании «Джентльмены удачи». Им и раньше приходилось доставлять тяжелые предметы в удаленные точки города. Но чтобы так! Сразу заказ на перевозку N роялей! Из разных точек в разные точки города! И, главное, в заказе встречается 25 этаж! И грузового лифта нет!

Хорошо хоть заказчик не настаивает на том, чтобы конкретный рояль оказался в конкретной из N точек доставки. Но для каждого рояля он указал, в одной из каких из этих точек он должен в итоге оказаться. И вроде даже схема рабочая! Можно и так доставить рояли, и этак!

Но чует сердце менеджера по организации перевозок, что придется отстегнуть грузчикам приличную сумму! Прикинул по тарифу для каждой допустимой пары (i–ый рояль — j–ая точка доставки), что плата грузчикам составит c_{ij} рублей.

Помогите менеджеру придумать оптимальный план перевозок, а именно тот, который позволит заплатить грузчикам минимальную сумму.

Предложите математическую модель этой задачи как задачи оптимизации на графе и опишите неформально алгоритм ее решения, имеющий сложность $O(N^4)$.

Решение:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина"
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук

“Утверждаю”
Председатель ГАК

Государственный экзамен на степень бакалавра
по направлению: **математика и компьютерные науки; 2019 г.**

Группа **КН-40**_ Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №3

Количество баллов за правильное решение каждого задания указано в квадратных скобках жирным шрифтом. Если в задании предлагаются варианты ответов, то неправильный ответ на это задание оценивается в -1 балл, неполный ответ или отсутствие ответа – в 0 баллов.

В задании 1 нужно выбрать все правильные ответы.

1. **[3]** Квадратичная форма называется *отрицательно определенной*, если при любом ненулевом наборе значений переменных значение формы отрицательно. При каких значениях параметра t квадратичная форма

$$-x_1^2 - 3x_2^2 - tx_3^2 - x_4^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$$

отрицательно определена?

а) $t = -1$ ☐ б) $t = 5$ ☐ в) $t = 8$ ☐ г) $t = 3$ ☐ д) $t = 0$ ☐

2. **[3]** При каких значениях параметра a прямые

$$\ell_1\colon \begin{cases} x = 5 + \ \ t, \\ y = 3 - 2t, \\ z = \qquad t \end{cases} \quad \text{и} \quad \ell_2\colon \begin{cases} x = 4 + t, \\ y = 4 - t, \\ z = a - t \end{cases}$$

пересекаются?

Ответ: ☐

3. **[3]** Укажите множество всех значений параметра p, при которых сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \cos\frac{1}{n} - 1 \right)^p.$$

а) $p > \frac{1}{2}$ ☐ б) $p < \frac{1}{3}$ ☐ в) $p > \frac{1}{4}$ ☐ г) $p \geqslant \frac{1}{5}$ ☐

4. **[3]** Переходя к полярным координатам, вычислите площадь, ограниченную участком кривой $\left(x^2 + y^2\right)^3 = 2 \cdot x \cdot y^3$, лежащим в области $x \geqslant 0$.

Ответ: ☐

5. **[3]** Решите дифференциальное уравнение $f'_x = \frac{y^2}{5} \cdot f'_y$, выполнив замену: $x = u + v,\ y = \frac{5}{v}$.

Ответ: ☐

6. **[3]** В однозначной грамматике G существует левосторонний вывод $S \Rightarrow AbC \Rightarrow AabC \Rightarrow aaabC \Rightarrow$ $\Rightarrow aaabCbA \Rightarrow aaabcbA \Rightarrow aaabcba$. Каково будет содержимое стека непосредственно перед третьей по счёту свёрткой при восходящем анализе цепочки $abcbaba$, выводимой в G?

Ответ:

7. **[3]** Пусть T_0, T_1, S, M, L — основные замкнутые классы. Найти полином Жегалкина булевой функции $f(x_1, x_2, x_3) \in (S \cap T_0) \setminus (M \cup L)$ без фиктивных переменных с нулевым коэффициентом при x_2.

Ответ:

8. **[3]** Используя метод резолюций доказать невыполнимость множества формул

$$\{\neg(\exists x)(A(x) \& B(x)), \quad \neg(\exists x)(C(x) \& D(x)), \quad (\forall x)(\neg B(x) \to D(x)), \quad (\exists x)(A(x) \& C(x))\}.$$

Ответ:

9. **[3]** Дана марковская цепь $X(n)$ со следующими переходными вероятностями:

$P(1,1) = \frac{1}{3}$ $\quad P(1,2) = \frac{1}{3}$ $\quad P(1,3) = \frac{1}{3}$

$P(2,1) = 0$ $\quad P(2,2) = 0$ $\quad P(2,3) = 1$

$P(3,1) = 0$ $\quad P(3,2) = 1$ $\quad P(3,3) = 0$

В нулевой момент все состояния считаются равновероятными. Найдите вероятности того, что:

а) $X(0) = 1$
б) $X(0) = 1$, $X(1) = 2$, $X(2) = 3$,
в) $X(11) = 3$, если $X(9) = 1$, $X(10) = 2$,
г) $X(2) = 3$,
д) $X(8) = 3$
е) найдите при n, стремящемся к бесконечности, предел вероятности того, что $X(n) = 1$,
ж) найдите матожидание и дисперсию момента первого попадания в состояние 3.

Ответ:

Группа **КН-40_**   Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №3 (лист 2)

10. **[3]** Рассмотрим следующий эвристический алгоритм решения задачи коммивояжера в полном взвешенном графе.

1. Пока граф не пуст, делать
2. Выбрать произвольную вершину v.
3. Выбирать ребро vw минимального веса, такое, что w не была еще посещена. Добавить это ребро в маршрут.
4. Удалить вершину v из графа вместе со всеми инцидентными ей ребрами.
5. Продолжить обход из вершины w.

Приведите пример, когда этот алгоритм найдет неоптимальный маршрут коммивояжера.

Ответ:

11. **[3]** *Я пригласил вас, господа, с тем чтобы сообщить вам пренеприятное известие: к нам едет ревизор.*

Ах, Николай Васильевич! Ревизор! Один! Вот Н–скому университету бы проблемы этого города! Туда слетаются ревизоры (вернее, эксперты) со всей страны! И городничий (вернее, ректор) и его подчиненные в ужасе шепчут друг другу страшное слово "А–К–К–Р–Е–Д–И–Т–А–Ц–И–Я"!

Протокольный отдел занимается планированием перелетов экспертов из мест их постоянного расположения в Н–ск. И лететь им с пересадками многими, поскольку специалисты протокольного отдела хотят выиграть еще немного времени и стараются найти максимально долгий перелет для каждого эксперта. А вообще-то эксперты любят летать, и все будет хорошо, если только в процессе перелета эксперт не окажется в одном и том же аэропорту второй раз. Тогда он заподозрит что–то неладное и расстроится. А расстроенный эксперт — это совсем не то, что было бы хорошо для Н–ского университета.

Специалистам протокольного отдела известны все города расположения экспертов, а также время перелета t_{ij} между различными парами аэропортов (как стартовых для экспертов, так и промежуточных). Не стоит беспокоиться о времени пересадки! Во всех аэропортах специально для экспертов готов бизнес–зал, и время там пролетает незаметно. Да и можно считать, что во всех аэропортах все рейсы хорошо стыкуются, т.е. если эксперт прилетел из i–го аэропорта в j–ый, а потом должен продолжить свой путь в k–ый аэропорт, то подходящий рейс всегда найдется.

Помогите специалистам протокольного отдела спланировать максимально долгий перелет для каждого эксперта, но только так, чтобы эксперт не прилетел в Н–ск расстроенным.

Предложите математическую модель этой задачи как задачи оптимизации на графе и опишите неформально алгоритм ее решения, имеющий сложность $O(n^3)$, где n — общее число аэропортов, которые рассматривают специалисты протокольного отдела.

Решение:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина"
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук

“Утверждаю”
Председатель ГАК

Государственный экзамен на степень бакалавра
по направлению: **математика и компьютерные науки; 2019 г.**

Группа **КН-40**_ Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №4

Количество баллов за правильное решение каждого задания указано в квадратных скобках жирным шрифтом. Если в задании предлагаются варианты ответов, то неправильный ответ на это задание оценивается в -1 балл, неполный ответ или отсутствие ответа – в 0 баллов.

В задании 1 нужно выбрать все правильные ответы.

1. **[3]** Квадратичная форма называется *отрицательно определенной*, если при любом ненулевом наборе значений переменных значение формы отрицательно. При каких значениях параметра t квадратичная форма

$$-2x_1^2 - 2x_2^2 - tx_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

отрицательно определена?

а) $t = 2$ ☐ б) $t = 1$ ☐ в) $t = -1$ ☐ г) $t = 0$ ☐ д) $t = -2$ ☐

2. **[3]** При каких значениях параметра a прямые

$$\ell_1 \colon \begin{cases} x = 2 - 3t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = a + \ \ t \end{cases} \quad \text{и} \quad \ell_2 \colon \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

пересекаются?

Ответ: ☐

3. **[3]** Укажите множество всех значений параметра p, при которых сходится ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{n^2} - \left(1 - e^{\frac{1}{n}}\right)^2 \right|^p.$$

а) $p < \frac{1}{2}$ ☐ б) $p > \frac{1}{3}$ ☐ в) $p \geqslant \frac{1}{4}$ ☐ г) $p > \frac{1}{5}$ ☐

4. **[3]** Переходя к полярным координатам, вычислите площадь, ограниченную участком кривой $\left(x^2 + y^2\right)^2 = 2\left(x^2 - y^2\right)$, лежащим в области $x \geqslant 0$.

Ответ: ☐

5. **[3]** Решите дифференциальное уравнение $f'_x = \frac{y^2}{9} \cdot f'_y$, выполнив замену: $x = u + v,\ y = \frac{9}{v}$.

Ответ: ☐

6. **[3]** В однозначной грамматике G существует левосторонний вывод $S \Rightarrow BS \Rightarrow cABS \Rightarrow caBS \Rightarrow$ $\Rightarrow cacABS \Rightarrow caccABS \Rightarrow caccaBS \Rightarrow caccabS \Rightarrow caccabd$. Каково будет содержимое стека непосредственно перед второй по счёту свёрткой при восходящем анализе цепочки $bccabd$, выводимой в G?

Ответ:

7. **[3]** Пусть T_0, T_1, S, M, L — основные замкнутые классы. Найти полином Жегалкина булевой функции $f(x_1, x_2, x_3) \in S \backslash T_1$ без фиктивных переменных с нулевым коэффициентом при $x_1 \cdot x_2$.

Ответ:

8. **[3]** Используя метод резолюций доказать невыполнимость множества формул

$$\{\neg(\exists x)(A(x) \& (B(x) \to C(x))), \quad (\forall x)(B(x) \to \neg D(x)), \quad \neg(\forall x)(D(x) \to \neg A(x))\}.$$

Ответ:

9. **[3]** Дана марковская цепь $X(n)$ со следующими переходными вероятностями:

$P(1,1) = \frac{2}{3}$ $\quad P(1,2) = \frac{1}{3}$ $\quad P(1,3) = 0$

$P(2,1) = \frac{3}{4}$ $\quad P(2,2) = \frac{1}{4}$ $\quad P(2,3) = 0$

$P(3,1) = 0$ $\quad P(3,2) = 0.1$ $\quad P(3,3) = 0.9$

В нулевой момент все состояния считаются равновероятными. Найдите вероятности того, что:

а) $X(0) = 1$,

б) $X(0) = 1$, $X(1) = 2$, $X(2) = 2$,

в) $X(11) = 2$, если $X(9) = 1$, $X(10) = 2$,

г) $X(2) = 3$,

д) $X(8) = 3$,

е) найдите стационарное распределение,

ж) найдите матожидание момента первого попадания в состояние 2.

Ответ:

Группа **КН-40_**   Ф.И.О.____

Экзаменационный билет №4 (лист 2)

10. **[3]** Множество вершин D графа $G = (V, E)$, такое, что каждая вершина из $V \backslash D$ смежна хотя бы с одной вершиной из D, называется *доминирующим*. Рассмотрим жадный алгоритм построения доминирующего множества:

1. положить $D = \emptyset$;
2. пока G — не пустой граф, повторять
3. выбрать в G вершину v максимальной степени;
4. положить $D = D + v$; $G = G - v - \{u \mid u$ смежна с $v\}$.

Приведите пример графа, для которого этот алгоритм строит не наименьшее по числу вершин доминирующее множество.

Ответ:

11. **[3]** В тридевятом царстве, в тридесятом государстве жила–была шпионская сеть из n шпионов. И был у этой сказочной сети сказочный центр, куда стекались сообщения. И вот в этой сказочной сети назначены сказочные учения. Шпионы должны передавать в центр сообщения о провале либо непосредственно, либо опосредованно через других шпионов. Причем делать они это должны тоже сказочно. А именно: сообщение о провале (своем или коллеги, непосредственно в центр или же товарищу — неважно) i–ый шпион всегда передает верно с вероятностью p_i (и, соответственно, меняет его на противоположное с вероятностью $1 - p_i$).

Помогите каждому шпиону понять, по какой цепочке нужно передать в центр сообщение о провале так, чтобы вероятность искажения сообщения оказалась минимальной.

Предложите математическую модель этой задачи как задачи оптимизации на графе и опишите неформально алгоритм ее решения, имеющий сложность $O(n^2)$.

Решение: