

**Аудиторные задачи по дискретной математике**  
**ПМ-201 (2021/2022 уч.г.)**

**Тема: «Множества, булевы операции»**

В1. Найти  $\mathcal{B}(A)$ , где

- а)  $A = \{1, 2, 3\}$ ;
- б)  $A = \{1, \{2, 3\}, 1\}$ ;
- в)  $A = \{\emptyset\}$ ;
- г)  $A = \emptyset$ ;
- д)  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ .

В2. Доказать:

- а)  $A \subseteq B \Leftrightarrow \bar{B} \subseteq \bar{A}$  ;
- б)  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$  .

В3. Доказать равенство показав, что л.ч.  $\subseteq$  п.ч., и наоборот:

- а)  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ ;
- б)\*  $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (A \cap B \cap \bar{C})$ .

В4. Проиллюстрировать равенство на диаграммах Эйлера-Венна:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C) .$$

В5. Упростить выражение, используя свойства операций:

- а)  $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B)$ ;
- б)  $(\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cup (B \cap C) \cup (\bar{A} \cup B \cup C)$  .

В6\*. Решить систему уравнений:

- а) 
$$\begin{cases} A \setminus X = B \\ X \setminus A = C \end{cases}$$
 где  $A, B, C$  – дано,  
 $X$  – нужно найти,  
 $B \subseteq A$  ,  $A \cap C = \emptyset$ .

- б) 
$$\begin{cases} A \setminus X = B \\ A \cup X = C \end{cases}$$
 где  $A, B, C$  – дано,  
 $X$  – нужно найти,  
 $B \subseteq A \subseteq C$  .

**Тема: «Бинарные отношения»**

В7. Используя определения свойств исследовать отношение  $R$  на  $M = \{1, \dots, 9\}$ ,

- а)  $R = \{(x, y) \mid |x - y| < 4\}$ ;
- б)  $R = \{(x, y) \mid x \text{ и } y \text{ взаимно простые}\}$  .

В8. Используя определения свойств исследовать отношение  $R$  на  $M = \mathcal{B}(\{1, 2, 3\})$

(т.е.  $M$  – булеан трехэлементного множества),

- а)  $R = \{(x, y) \mid x \subseteq y\}$ ;
- б)  $R = \{(x, y) \mid x = A \setminus y\}$  .

В9. Выполнить проверку свойств рефлексивности, симметричности, антисимметричности бинарных отношений:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В10. Найти результаты всех операций с  $R_1$  и  $R_2$  (из В10), кроме замыканий. Выполнить проверку транзитивности  $R_1$  и  $R_2$ .

В11. Найти результаты всех замыканий  $R_1$  и  $R_2$  (из В10).

В12.

- Доказать, что пересечение двух транзитивных отношений является транзитивным.
- Доказать, что объединение двух транзитивных отношений **не является** транзитивным.
- Сохраняются ли при пересечении / объединении б.о. рефлексивность, симметричность, антисимметричность?

**Темы: «Отношение эквивалентности» и «Отношение частичного порядка»**

В13. Доказать, что бинарное отношение  $R$ , заданное матрицей, является отношением эквивалентности, построить разбиение.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В14. Построить диаграмму ч.у.м. ( $\mathcal{B}(A), \subseteq$ ):

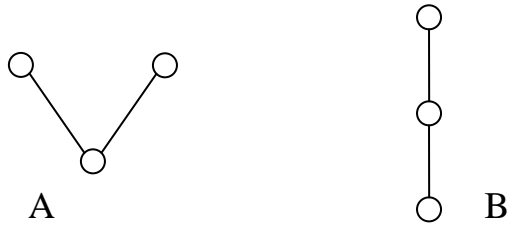
- $A = \{1\}$ ;
- $A = \{1, 2\}$ ;
- $A = \{1, 2, 3\}$ ;
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ .

В15. Доказать, что бинарное отношение  $R$ , заданное матрицей, является отношением частичного порядка, нарисовать диаграмму.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В16. Нарисовать диаграмму прямого произведения ч.у.м.  $A$  и  $B$ . Указать наименьший, наибольший, минимальный, максимальный элементы.

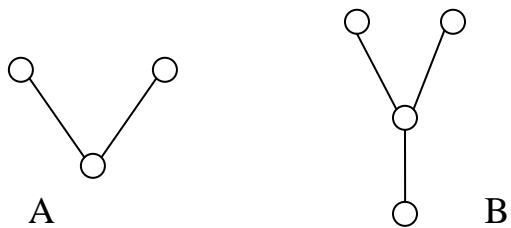
а)



б)



в)



г)



В17\*. Нарисовать диаграммы ч.у.м.  $(A_3, \subseteq)$ ,  $(A_4, \subseteq)$ , где

$A_3 = \{\text{все отношения эквивалентности на } \{a, b, c\}\}$ ;

$A_4 = \{\text{все отношения эквивалентности на } \{a, b, c, d\}\}$ .