18.02.2022

Домашние задания по дискретной математике

Тема: «Множества и операции с ними»

1. Найти $\mathcal{B}(A)$, где
1.1. $A=\{\, a, b, c \,\}$;
1.2. $A=\{\, a, \varnothing \,\}$;
1.3. $A=\{\, \{\varnothing\}, \{a\} \,\}$.

2. Доказать равенство первым способом (л.ч. $\subseteq$ п.ч., и наоборот). Проиллюстрировать на диаграммах Венна.
2.1. $(A\setminus B)\cup C=(A\cup C)\setminus(A\cap B\cap\overline{C})$
2.2. $(A\cup B)\setminus C=(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$
2.3. $A\cup(\overline{A}\cap B)=A\cup B$
2.4. $(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})=A$

3. Доказать равенство вторым способом (упростив выражения).
3.1. $(A\cup B)\cap\overline{(A\cap B)}=(A\cap\overline{B})\cup(B\cap\overline{A})$
3.2. $(\overline{A}\cup\overline{B})\cap C=\overline{((A\cap B)\cup\overline{C})}$

4. Упростить выражение.
4.1. $\overline{\left[\left(\overline{A}\cap B\right)\cap\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)\right]}$
4.2. $(A\setminus B)\cup(A\cap B)$
4.3. $(A\cup B)\cap(A\cup\overline{B})\cap(\overline{A}\cup B)$

Тема: «Бинарные отношения»

5. Исследовать отношения R на M = {-4,-3,-2,-1,0,1,2,3}, используя определения.
5.1. $R=\{(x,y)\mid xy\geq 0\}$
5.2. $R=\{(x,y)\mid x<y+2\}$.

6. Исследовать отношение R на M = $\mathcal{B}$ ({1,2,3}) (т.е. M – булеан трехэлементного множества), $R=\{(x,y)\mid x\cap y=\varnothing\}$.

7. Исследовать бинарное отношение R, заданное матрицей. Найти R^+.

7.1. $R=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\\1&0&0&1\end{pmatrix}$; 7.2. $R=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&0\\1&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$.

Темы: «Отношение эквивалентности» и «Отношение частичного порядка»

8. Доказать, что бинарное отношение R на M ={-6,-5,…,6} является отношением эквивалентности и построить разбиение.
8.1. $R=\{(x,y)\mid \dfrac{x-y}{5}$ – целое$\}$;

18.02.2022

8.2. $R = \{(x, y) \mid x^2 = y^2\}$.

9. Доказать, что бинарное отношение R, заданное матрицей, является отношением эквивалентности, построить разбиение.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Доказать, что бинарное отношение R на М является отношением частичного порядка и нарисовать диаграмму.

М ={2,4,6,8, ...,16}, $R = \{(x, y) \mid \frac{y}{x} - \text{целое}\}$;

11. Доказать, что бинарное отношение R, заданное матрицей, является отношением частичного порядка, нарисовать диаграмму.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

12. Нарисовать диаграмму прямого произведения ч.у.м. А = ($\mathcal{B}$({1,2}), $\subseteq$) и В = ({3,4,5}, $\leq$) (т.е. отношение сравнения чисел). Указать наименьший, наибольший, минимальный, максимальный элементы.

18.02.2022

Ответы.

1.1. $\mathcal{B}(A) = \{ \varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$.
1.2. $\mathcal{B}(A) = \{ \varnothing, \{a\}, \{\varnothing\}, \{a, \varnothing\} \}$.
1.3. $\mathcal{B}(A) = \{ \varnothing, \{\{\varnothing\}\}, \{\{a\}\}, \{\{\varnothing\}, \{a\}\} \}$.

4.1. $A \cup \overline{B}$.
4.2. A.
4.3. $A \cap B$.

5.1. R – не рефлексивно, симметрично, не антисимметрично, не транзитивно.
5.2. R – рефлексивно, не симметрично, не антисимметрично, не транзитивно.

6. R – не рефлексивно, симметрично, не антисимметрично, не транзитивно.

7.1. R – рефлексивно, не симметрично, антисимметрично, не транзитивно.
7.2. R – не рефлексивно, симметрично, не антисимметрично, не транзитивно.