

### § 3. Вычисление атрибутов, совмещенное с LR-анализом (восходящий анализ)

Опр. Атрибутная грамматика называется S-атрибутивной, если все атрибуты – синтезируемые.

Замечание: естественный способ вычисления синтезируемых атрибутов снизу-вверх совпадает с восстановлением снизу-вверх дерева вывода при LR-анализе.

Следовательно, синтаксический анализ можно совместить с семантическим, т.е. с вычислением атрибутов.

Ключевые формулировки:

1. Каждый элемент в стеке будем считать записью (терминология из дисциплины «Базы данных»). Запись имеет два поля:

синтаксическое поле `state` (состояние);

семантическое поле `val` (значение синтезируемого атрибута).

Если атрибутов несколько, то `val` – вектор (`atr1, atr2, ...`).

2. К элементам стека можно обращаться, указав верхний элемент:

(`state[top]`, `val[top]`), или указав смещение от верхнего элемента:

(`state[top – i]`, `val[top – i]`).

3. Если при LR-анализе происходит перенос, то в начале такта выполняется присваивание  $ntop := top + 1$ .  
Далее:  $state[ntop] := b^j$ ,  $val[ntop] := b.lexval$ ,  
где  $b$  – терминал, для которого выполняется перенос,  
 $b^j$  – название состояния LR(k)-автомата, которое записывается в стек,  
 $b.lexval$  – лексическое значение терминала  $b$ .  
В конце такта выполняется присваивание  $top := ntop$ .

4. Если происходит свертка, то выполняются присваивания:

$$\text{ntop} := \text{top} - r + 1,$$
$$\text{state}[\text{ntop}] := A^j,$$
$$\text{val}[\text{ntop}] := f(\text{val}[\text{top} - r + 1], \dots, \text{val}[\text{top} - 1], \text{val}[\text{top}]),$$
$$\text{top} := \text{ntop}.$$

где  $A \rightarrow \alpha$  – правило, по которому выполняется свертка,

$r$  – длина цепочки  $\alpha$ ,

$A^j$  – название состояния LR(k)-автомата, которое записывается в стек,

$f$  – векторная функция, применяемая в семантических правилах.

Пример. Построим два фрагмента протокола анализа числового выражения  $2 + 5 * 3$ , которому соответствует цепочка  $w = x + x * x$  в расширенной грамматике

$$G = \{E' \rightarrow E, E \rightarrow E + T \mid T, T \rightarrow T * F \mid F, F \rightarrow (E) \mid x\}$$

Такт	Стек	Входной поток	Пояснения
1	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix}$	$\diamond x + x * x -  $	top = 1
			Перенос
2	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$x \diamond + x * x -  $	top = 2
			Свертка $F \rightarrow x$
3	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F^1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$x \diamond + x * x -  $	top = 2
			Свертка $T \rightarrow F$

Такт	Стек	Входной поток	Пояснения
4	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$x \diamond + x * x -  $	$\text{top} = 2$
			Свертка $E \rightarrow T$
5	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$x \diamond + x * x -  $	$\text{top} = 2$
			Перенос
6	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +^1 \\ \emptyset \end{pmatrix}$	$x + \diamond x * x -  $	$\text{top} = 3$

Такт	Стек	Входной поток	Пояснения
k	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +^1 \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} * \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ 3 \end{pmatrix}$	$x + x * x \diamond -  $	top = 6
			Свертка $T \rightarrow T * F$
k+1	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +^1 \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ 15 \end{pmatrix}$	$x + x * x \diamond -  $	top = 4
			Свертка $E \rightarrow E + T$
k + 2	$\begin{pmatrix} \nabla \\ \emptyset \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^1 \\ 17 \end{pmatrix}$	$x + x * x \diamond -  $	top = 2
...			

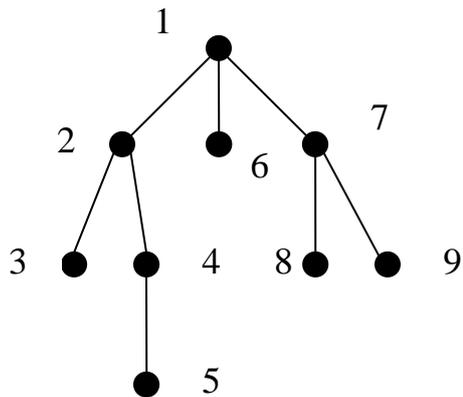
## § 4. Вычисление атрибутов, совмещенное с нисходящим анализом

Опр. Атрибутная грамматика называется L-атрибутной, если атрибуты либо синтезируемые, либо наследуемые с условием:  
для правила  $A \rightarrow X_1 \dots X_n$ , для любого  $i = 1, \dots, n$ , наследуемый атрибут  $X_i.attr$  зависит от атрибутов символов  $X_1, X_2, \dots, X_{i-1}$  (левые братья), либо от наследуемого атрибута символа  $A$  (отец).

Замечание: любая S-атрибутная грамматика является L-атрибутной.

Обход в глубину дерева вывода назовем стандартным, если сыновья любого узла просматриваются слева направо.

Пример стандартного обхода в глубину в дереве.



Теорема. Приведенная атрибутная грамматика  $G$  является L-атрибутной  
 $\Leftrightarrow \forall \alpha \in (\Gamma \cup \Sigma)^* \setminus \{\varepsilon\} : S \Rightarrow^* \alpha$  (синтаксически корректная цепочка  $\alpha$ ) все  
атрибуты символов в  $\alpha$  могут быть вычислены стандартным обходом в  
глубину дерева вывода.

Чтобы совместить синтаксический нисходящий анализ с семантическим используют вариант атрибутивной грамматики, называемый «схемой трансляции».

В схеме трансляции семантические правила (действия) записывают среди символов правила вывода:

$$A \rightarrow [\text{действие } 1]X_1[\text{действие } 2]X_2 \dots X_n[\text{действие } (n + 1)]$$

где  $A \rightarrow X_1X_2 \dots X_n$  – правило вывода,

для  $i : 1 \leq i \leq n$ , [действие  $i$ ] = вычисление наследуемого атрибута символа  $X_i$ ,

[действие  $(n + 1)$ ] = вычисление синтезируемого атрибута символа  $A$ .

Замечание: для корректной работы нисходящего анализа необходимо, чтобы в грамматике не было левой рекурсии.

В частности, LL-грамматики не содержат левой рекурсии.

Если S-атрибутная грамматика леворекурсивна, то можно построить эквивалентную ей L-атрибутную грамматику без левой рекурсии.

(В общем случае L-атрибутной грамматики нет алгоритма устранения левой рекурсии).

Напоминание: нетерминал  $V$  называется леворекурсивным, если  $V \Rightarrow^+ V\gamma$ .

1. Нетерминал  $A$  называется непосредственно леворекурсивным, если существуют правила:

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid \dots \mid A\alpha_k \mid \beta_1 \mid \dots \mid \beta_m.$$

Устранение непосредственной рекурсии выполняется заменой этих правил на

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \beta_1 R \mid \dots \mid \beta_m R, \\ R \rightarrow \alpha_1 R \mid \dots \mid \alpha_k R \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

Алгоритм устранения непосредственной левой рекурсии в схеме трансляции S-атрибутной грамматики.

Пусть исходная схема трансляции:

$$A \rightarrow A_1\alpha_1[A.a := f(A_1.a, \dots \text{атрибуты символов в } \alpha_1)]$$

...

$$A \rightarrow A_1\alpha_k[A.a := f(A_1.a, \dots \text{атрибуты символов в } \alpha_k)]$$

$$A \rightarrow \beta_1[A.a := f(\text{атрибуты символов в } \beta_1)]$$

...

$$A \rightarrow \beta_m[A.a := f(\text{атрибуты символов в } \beta_m)]$$

Для новой схемы трансляции добавим новые атрибуты:

R.i – наследуемый, R.s – синтезируемый.

Новая схема трансляции:

$$A \rightarrow \alpha_1 [R.i := g(\text{атрибуты символов в } \alpha_1)] R [A.a := R.s]$$

...

$$R \rightarrow \beta_1 [R_1.i := g(R.i, \dots \text{атрибуты символов в } \beta_1)] R_1 [R.s := R_1.s]$$

...

$$R \rightarrow \varepsilon [R.s := R_1.i]$$

Теорема.  $\forall \alpha: A \Rightarrow^* \alpha$  значение  $A.a$  по старой схеме трансляции равно значению  $A.a$  по новой схеме.

2. Для устранения глобальной левой рекурсии применяется алгоритм, изложенный в прошлом семестре.

Его можно модифицировать с целью устранения глобальной левой рекурсии в схеме трансляции.

Пример устранения непосредственной левой рекурсии в схеме трансляции грамматики  $G = \{E \rightarrow E+T \mid T, T \rightarrow x\}$ .

Атрибут `.val` – значение числового выражения.

Схема трансляции:

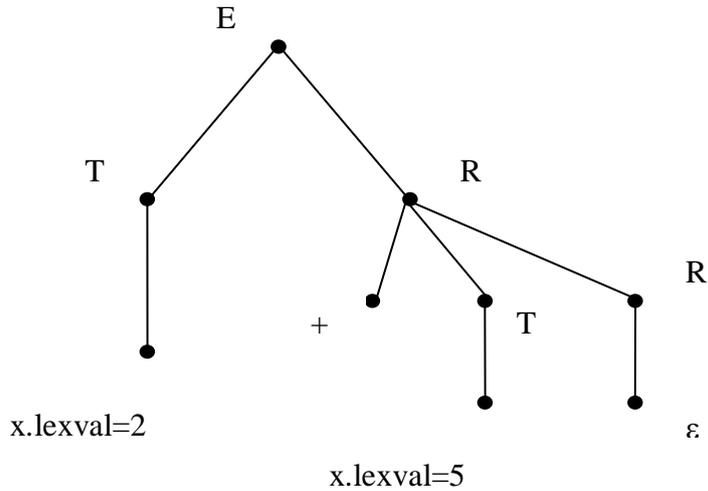
1	$E \rightarrow E_1+T$ [ $E.val := E_1.val + T.val$ ]
2	$E \rightarrow T$ [ $E.val := T.val$ ]
3	$T \rightarrow x$ [ $T.val := x.lexval$ ]

В новой схеме правила 1 и 2 заменим на правила  $E \rightarrow TR$ ,  
 $R \rightarrow +TR \mid \varepsilon$ .

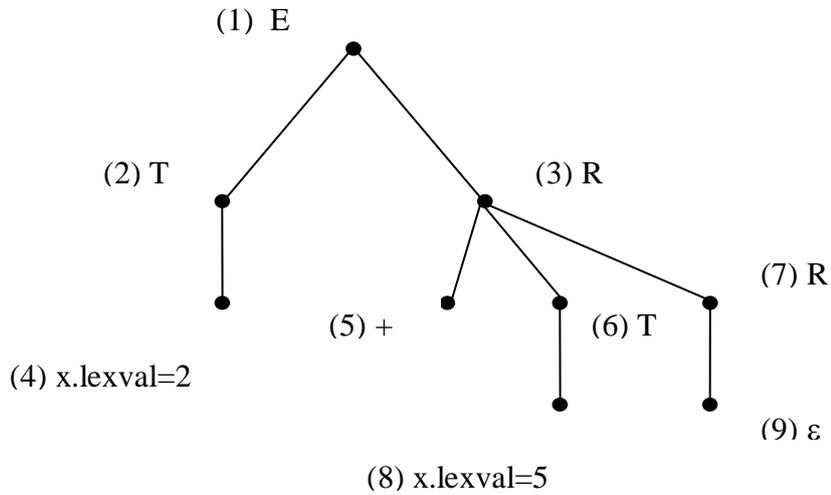
Новая схема трансляции:

	$E \rightarrow T$ [ $R.i := T.val$ ] $R$ [ $E.val := R.s$ ]
	$R \rightarrow +T$ [ $R_1.i := R.i + T.val$ ] $R_1$ [ $R.s := R_1.s$ ]
	$R \rightarrow \varepsilon$ [ $R.s := R.i$ ]
	$T \rightarrow x$ [ $T.val := x.lexval$ ]

Пример вычисления атрибутов при нисходящем анализе выражения  
2 + 5:



Обход в глубину вершин дерева:



- (1)  $R.i := T.val$  – не существ.,  $E.val := R.s$  – не существ.
- (2)  $T.val := 2$ .
- (3), возврат в (2),  
возврат в (1)  $R.i := 2$ ,  $E.val := R.s$  – не существ.
- (4)  $R_1.i := 2+T.val$  – не существ.,  $R.s := R_1.s$  – не существ.
- (5), возврат в (4),
- (6)  $T.val := 5$ .
- (7), возврат в (4)  $R_1.i := 2+5 = 7$ ,  $R.s := R_1.s$  – не существ.
- (8)  $R.s := R.i = 7$ .
- (9), возврат в (8), в (4)  $R.s := R.s = 7$ .  
возврат в (1)  $E.val := R.s = 7$ .

Рекурсивные функции для реализации схемы трансляции.

Опр. Нисходящий транслятор – программа, осуществляющая нисходящий синтаксический анализ одновременно с вычислением атрибутов, в соответствии с правилами схемы трансляции.

Нисходящий транслятор состоит из набора функций, взаимно однозначно соответствующих нетерминалам. Эти функции рекурсивно вызывают друг друга. Они используют глобальную переменную `lookahead`, значение которой = текущий символ входной строки в процессе разбора.

В начале разбора строки lookahead = первый символ.

Производится вызов функции S (где S – аксиома).

Так как S не может иметь наследуемых атрибутов, то функция S не имеет аргументов.

Для произвольного нетерминала A рекурсивная функция A имеет аргументы – наследуемые атрибуты A; функция возвращает синтезируемые атрибуты A.

По умолчанию можно использовать функцию, вычисляющую тип переменной или константы, и функцию, возвращающую семантическое правило для (A,a) нисходящего анализатора.

Пример рекурсивных функций для новой схемы трансляции грамматики  $G = \{E \rightarrow TR, R \rightarrow +TR \mid \varepsilon, T \rightarrow x\}$ .

Функция для нетерминала E (аксиома)  
(  $E \rightarrow T [R.i := T.val] R [E.val := R.s]$  )

	$E () : \text{int}$	Заголовок
1	$i1, s1 : \text{int}$	Объявление типа локальных переменных $i1, s1$
2	$i1 := T()$	Вызов функции T
3	$s1 := R(i1)$	Вызов функции R
4	$\text{return } s1$	Возвращение результата функции E

Функция для нетерминала R

$(R \rightarrow +T [R_1.i := R.i + T.val] R_1 [R.s := R_1.s]$

$R \rightarrow \varepsilon [R.s := R.i] )$

	R (i: int) :int	Заголовок
1	i1, s1 : int	Объявление типа локальных переменных i1, s1
2	if (lookahead = '+' )	
3	i1:= i +T( )	Вызов функции T
4	s1:= R(i1)	Вызов функции R
5	return s1	Возвращение результата функции R
6	if (lookahead ≠ '+' )	
7	s1:= i	
8	return s1	Возвращение результата функции R

Функция для нетерминала T  
( T → x [T.val := x.lexval] )

	T ( ) :int	Заголовок
1	s1 : int	Объявление типа локальных переменных s1
2	s1 := lookahead.lexval	
4	return s1	Возвращение результата функции T

В программы для функций можно добавить проверку, чему равен lookahead, и вывести сообщение об ошибке, если его значение не соответствует синтаксически правильным цепочкам.