

Задачник аудиторный  
ПМ-301, 2022

Г 1. Нарисовать обыкновенный граф, множество вершин которого  $V=\{1,2,\dots,9\}$ . Записать матрицу инцидентности, матрицу смежности, список смежности. Будет ли граф связным? Найти количество компонент связности.

$$E = \{(u, v) \mid \frac{u-v}{2} - \text{целое}\}.$$

Г 2. Перечислить все неизоморфные связные подграфы графа  $K_4$ .

Г 3. Нарисовать граф, заданный матрицей смежности. Вычислить диаметр, радиус, центры графа.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Г 4. Нарисовать граф, заданный матрицей смежности. Будет ли граф эйлеровым? Если да, выписать эйлеров цикл.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Г 5. Найти вершинную и реберную связность графов из задач Г 3 и Г 4.

Г 6. Будут ли графы из задач Г 3 и Г 4 гамильтоновыми? Если да, выписать гамильтонов цикл.

Г 7. Привести примеры четырех графов,  $n \geq 6$ , связных, двусвязных, реализующих все комбинации:

эйлеров и гамильтонов;

не эйлеров и гамильтонов;

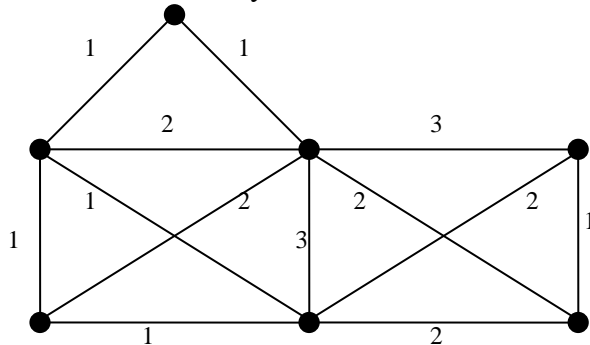
эйлеров и не гамильтонов;

не эйлеров и не гамильтонов.

Г 8. Перечислить все неизоморфные деревья с  $n$  вершинами, где  
 а)  $n = 4$ ; б)  $n = 5$ ; в)  $n = 6$ .

Г 9. Найти цикломатическое число графа Петерсона.

Г 10. Решить задачу о минимальном соединении методом Краскала в следующем графе.



Г 11. Найти максимальное паросочетание в графе, заданном списком смежности:

1	6	7	
2	7	8	
3	6	7	9
4	7	8	9
5	8	9	
6	1	3	
7	1	3	4
8	2	4	5
9	3	4	5

Г 12. (Теорема Холла о трансверсали) Доказать, что задача о трансверсали не имеет решения при условии:

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$Y = \{\{1, 3\}, \{2, 4, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{3\}, \{1, 2, 5, 6\}, \{2, 3\}\}.$$

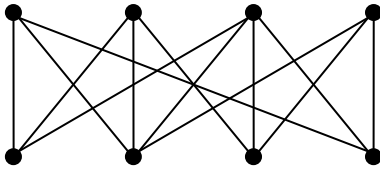
Г 13. Решить задачу о назначении при условиях

	<i>каменщик</i>	<i>плотник</i>	<i>электрик</i>	<i>слесарь</i>
<b>К1</b>	+			
<b>К2</b>		+		+
<b>К3</b>	+	+		
<b>К4</b>	+	+		
<b>К5</b>			+	+
<b>К6</b>		+		+

Г 14. Будет ли планарным граф, заданный матрицей смежности? Нарисовать соответствующий плоский граф, если он существует.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Г 15. Доказать непланарность графа, используя теорему Эйлера о многогранниках.



Г 16. Доказать непланарность графа, заданного списком смежности:

1	2	3	4	5	6
2	1	4	5	7	
3	1	6	8		
4	1	2	5	7	
5	1	2	4	8	
6	1	3	7		
7	2	4	6		
8	3	5			

Г 17. Найти хроматическое число графа Петерсона.

Г 18. На многопроцессорном вычислительном комплексе нужно выполнить 7 заданий. В таблице отмечено, какие задания имеют общие данные (следовательно, не могут выполняться одновременно). Для выполнения каждого задания требуется одинаковое время  $t$ . Найти наименьшее время выполнения всего набора заданий и количество процессоров, необходимых для этого.

	1	2	3	4	5	6	7
1		+			+		+
2	+		+			+	+
3		+		+	+		+
4			+		+	+	+
5	+		+	+		+	+
6		+		+	+		+
7	+	+	+	+	+	+	