

Домашние задания по комбинаторике ПМ-201 (2022/2023 уч.г.)

1. Пусть $M = \{a, b, c, d, e\}$, $K = \{s, t, u, v, w, x, y, z\}$.

Найти мощность множеств:

$$A_1 = \{\text{Все всюду определенные функции } M \rightarrow K\};$$

$$A_2 = \{\text{Все всюду определенные инъекции } M \rightarrow K\};$$

$$A_3 = \{\text{Все функции } M \rightarrow K\}.$$

2. Возле стойки в баре установлено N стульев. В бар пришло M посетителей. Найти количество всех различных способов рассадить посетителей, если:

а) $N = 12 = M$;

б) $N = 9, M = 12$;

в) $N = 12, M = 9$.

3.

3.1. Найти коэффициент при $x^{10}y^7$ в разложении $(x + y)^{17}$.

3.2. Найти коэффициент при $w^3x^2y^5z^7$ в разложении $(w + x + y + z)^{17}$.

3.3. Найти коэффициент при $w^{10}x^{12}y^4z^3$ в разложении $(4w^5 + 2x^3 + y^2 + 5z)^{11}$.

4. Сколько разных слов можно образовать, используя все буквы в слове "программирование"?

5. Сколько различных букетов из 7 цветков можно сделать, используя 5 видов цветов?

6. Решить рекуррентные соотношения:

а) $a_0 = 1$; $a_n = 6a_{n-1}$.

б) $a_0 = 2$; $a_1 = 4$; $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$.

в) $a_0 = 2$; $a_1 = 6$; $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$.

г) $a_0 = 3$; $a_1 = 4$; $a_n = -4a_{n-2}$.

7. Найти общее решение рекуррентного соотношения

$$a_n = a_{n-4}.$$

К8*. Найти сумму $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$, используя рекуррентное соотношение

$$a_n = a_{n-1} + n^3.$$